

LXV олимпиада по математике Эстонии  
ШКОЛЬНЫЙ ТУР ТАЛЛИННА  
Таллинн, 30 ноября 2017 года  
X класс

Время, отводимое для решения: 4 часа.

Верное и достаточно обоснованное решение каждой задачи дает 7 баллов.

Пользоваться калькулятором не разрешается.

1. В бочке, которую можно заполнить с помощью двух различных кранов, находится 800 кг 10%-ного раствора. Из первого крана поступает 5%-ный раствор со скоростью 200 кг в минуту, а из второго 12%-ный раствор со скоростью 100 кг в минуту. Рабочий должен был открыть одновременно два крана, но открыл только второй кран. Спустя две минуты он заметил свою ошибку и открыл первый кран тоже. Через сколько минут после открытия первого крана в бочке будет 8%-ный раствор?
2. Найди все такие целые числа  $a$ , для которых выражение  $a^2 + 4a + 9$  является квадратом целого числа.
3. Найди все такие пары целых чисел  $(a, b)$ , при которых оба корня квадратного уравнения  $(a^2 + b^2)x^2 + ax - (3ab + b) = 0$  будут целыми числами.
4. Два ромба, диагонали которых равны 6 см и 8 см, расположены один на другом так, что точки пересечения их диагоналей совпадают, а большая диагональ одного ромба лежит на той же прямой, на которой лежит меньшая диагональ второго ромба. Найди площадь общей части ромбов.
5. Возможно ли расположить 2017 чисел на окружности так, чтобы каждое число было суммой или разностью двух соседних чисел?